

Thời gian: 150 phút không kể thời gian phát đề.

(Đề số 1)

Câu 1. (2 điểm).

1. Cho hàm số

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2} & \text{nếu } x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & \text{nếu } x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

Khảo sát tính liên tục của  $f(x, y)$ .

2. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số  $z = x^2 + y^2 - 12x + 16y$  trong miền  $x^2 + y^2 \leq 25$ .

Câu 2. (2 điểm).

1. Đổi thứ tự tích phân trong tích phân lặp sau:  $I = \int_0^2 dx \int_{\sqrt{8x-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} f(x, y) dy$ .

2. Tính tích phân trên với  $f(x, y) = 3xy$ .

Câu 3. (2 điểm). Tính tích phân:

$$\int_L \left( \frac{x^3}{1+x^2} - \frac{y^3}{3} \right) dx + \left( e^y \cos y + \frac{x^3}{3} \right) dy, \quad 4\pi$$

trong đó  $L$  là nửa trên đường tròn  $x^2 + y^2 = 4$ , đi từ  $A(2, 0)$  đến  $B(-2, 0)$ .

Câu 4. (2 điểm). Áp dụng công thức Ostrogradski tính tích phân mặt loại II sau:

$$\iint_{S_{\vec{N}}} x^2 dydz + y^2 dzdx + z^2 dxdy. \quad \frac{h^5 \pi}{3\sqrt{3}} - \frac{h^4 \pi}{3}$$

trong đó  $S: x^2 + y^2 = z^2$ , với  $0 \leq z \leq h$ ,  $\vec{N}$  là véc tơ pháp tuyến ngoài.

Câu 5. (2 điểm). Giải các phương trình vi phân thường sau:

1.  $x^2 dy - (2xy + 3) dx = 0$ .

2.  $y^{(4)} + 3y'' = 9x^2$ .